Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2026-27 г.г.
Отборочный этап **11 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

11.1. Пусть рациональные числа a и b таковы, что число $\sqrt{a}+\sqrt[3]{b}$ рационально. Доказать, что оба числа $\sqrt{a}$ и $\sqrt[3]{b}$ тоже рациональны.

11.2. Конечное множество X различных действительных чисел обладает следующим свойством: произведение любых двух различных чисел из X тоже принадлежит X. Каково наибольшее возможное количество чисел в этом множестве?

11.3. На диагоналях *AC* и *BD* трапеции *ABCD* с основаниями *AD* и *BC*, выбраны соответственно точки P и Q, такие, что $\angle APB = \angle DQC$. Докажите, что $\angle AQB = \angle DPC$.

11.4. Найти все натуральные n такие, что все цифры в десятичной записи числа $6^n + 1$ одинаковы.

11.5. Нижняя горизонталь прямоугольника 13 на 2 заполнена фишками, помеченными числами от 1 до 13, расположенными в этом порядке слева направо. Назовём *ходом* перемещение фишки из клетки, где она стоит, в любую соседнюю с ней по стороне свободную клетку. Какое минимальное количество ходов потребуется, чтобы расположить фишки на нижней горизонтали прямоугольника в обратном порядке?

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2026-27 г.г.
Отборочный этап **11 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

11.1. Пусть рациональные числа a и b таковы, что число $\sqrt{a}+\sqrt[3]{b}$ рационально. Доказать, что оба числа $\sqrt{a}$ и $\sqrt[3]{b}$ тоже рациональны.

11.2. Конечное множество X различных действительных чисел обладает следующим свойством: произведение любых двух различных чисел из X тоже принадлежит X. Каково наибольшее возможное количество чисел в этом множестве?

11.3. На диагоналях *AC* и *BD* трапеции *ABCD* с основаниями *AD* и *BC*, выбраны соответственно точки P и Q, такие, что $\angle APB = \angle DQC$. Докажите, что $\angle AQB = \angle DPC$.

11.4. Найти все натуральные n такие, что все цифры в десятичной записи числа $6^n + 1$ одинаковы.

11.5. Нижняя горизонталь прямоугольника 13 на 2 заполнена фишками, помеченными числами от 1 до 13, расположенными в этом порядке слева направо. Назовём *ходом* перемещение фишки из клетки, где она стоит, в любую соседнюю с ней по стороне свободную клетку. Какое минимальное количество ходов потребуется, чтобы расположить фишки на нижней горизонтали прямоугольника в обратном порядке?